

14/11/2024

2222094052014

[Total No. of Pages : 7]

BSMAT-SN501

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER - 2024
MATHEMATICS

Multiple integrals and Applications of Vector Calculus
(Semester - V) (Regular) (CBCS Pattern)
(w.e.f. 2020 - 2021 Admitted Batch)

Time : 3 Hour

Max. Marks : 75

SECTION - A

Very short Answer questions Answer All questions.

(5 × 2 = 10)

1. Evaluate $\int_0^1 \int_0^1 \frac{dx dy}{\sqrt{1-x^2} \sqrt{1-y^2}}$ ను గణించండి. 6

2. Evaluate $\int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{1-x-y} \frac{dx dy dz}{(x+y+z+1)^3}$ ను గణించండి.

3. Show that a vector function f is constant if and only if

$$\frac{df}{dt} = 0.$$

సదిశ ప్రమేయము f స్థిరము కావటానికి అవశ్యక ప్రకృతి

నియమం $\frac{df}{dt} = 0$ అని చూపండి.

4. Find grad ϕ at $(1, 1, -2)$ where $\phi = x^3 + y^3 + 3xyz$.

కనుగొనుము.

BSMAT-SN501

5. Prove that for any closed surface S , $\iint_S \mathbf{N} ds = 0$ ను నిరూపించండి.

SECTION - B

Answer any Five of the following. (5×5=25)

6. Evaluate $\iint e^{2x+3y} dx dy$ over the triangle bounded by $x = 0, y = 0$.

$x = 0, y = 0$ అనే త్రికోణంచే పరిబద్ధమైన వైశాల్యం దృష్ట్యా $\iint e^{2x+3y} dx dy$ ను గణించండి.

7. Use a triple integral to find the volume V of the solid inside the cylinder $x^2 + y^2 = 25$ and between the planes $z = 2$ and $x + z = 8$

$z = 2$ మరియు $x + z = 8$ తలాల మధ్య $x^2 + y^2 = 25$ స్థూపం యొక్క అంతరభుజం యొక్క ఘనపరిమాణం V ను త్రిసమాకలని ఉపయోగించి గణించండి.

8. If $\vec{A} = 5t^2 \vec{i} + t \vec{j} - t^3 \vec{k}$ and $\vec{B} = \sin t \vec{i} - \cos t \vec{j}$,

then find $\frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \vec{B})$ and $\frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B})$

$\vec{A} = 5t^2 \vec{i} + t \vec{j} - t^3 \vec{k}$ మరియు $\vec{B} = \sin t \vec{i} - \cos t \vec{j}$,

అయిన $\frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \vec{B})$ మరియు $\frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B})$ లను కనుక్కోండి.

9. Evaluate $\int_C [3xy dx - y^2 dy]$ where C is the curve

$y = 2x^2$ in the XY-plane from (0,0) to (1,2)

(0,0) నుంచి (1,2) వరకు XY తలంలో $y = 2x^2$ వక్రం

అయినప్పుడు $\int_C [3xy dx - y^2 dy]$ ని గణించండి.

10. Find $\text{div } \vec{f}$ and $\text{curl } \vec{f}$ where $\vec{f} = \text{grad } (x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$

$\vec{f} = \text{grad } (x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ అయితే $\text{div } \vec{f}$ మరియు $\text{curl } \vec{f}$ లను కనుగొనుము.

11. Find by double integration the area lying between the parabola $y = 4x - x^2$ and the line $y = x$

ద్విసమాకలని ద్వారా $y = 4x - x^2$ పరావలయానికి మరియు

$y = x$ సరళ రేఖకు మధ్య నుండే ప్రాంతం (వైశాల్యం) ను

కనుక్కోండి.

12. Find the unit tangent vector at any point on the curve $x = a \cos t, y = a \sin t, z = bt$.

$x = a \cos t, y = a \sin t, z = bt$ వక్రం పై నుండే ఏబిందువు వద్దనైనా యూనిట్ స్పర్శీయ సదిశను కనుక్కోండి.

13. Evaluate $\oint_C (3x + 4y)dx + (2x - 3y)dy$, by Green's theorem

where C is a circle $x^2 + y^2 = 4$.

C అనేది $x^2 + y^2 = 4$ వృత్తం అయినప్పుడు, గ్రీన్ సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి $\oint_C (3x + 4y)dx + (2x - 3y)dy$ ను గణించండి.

SECTION - C

(5 × 8 = 40)

Answer All questions Each question carries 8 marks.

14. a) Evaluate $\iint (x + y)^2 dx dy$ where R is the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ అనే దీర్ఘవృత్తంచే పరిబద్ధమైన వైశాల్యం దృష్ట్యా

$\iint (x + y)^2 dx dy$ ను గణించండి.

OR

b) Change the order of integration and evaluate

$$\int_0^a \int_y^a \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy$$

సమాకలన క్రమాన్ని మార్చి తద్వారా $\int_0^a \int_y^a \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy$ ను

గణించండి.

15. a) Evaluate $\iiint (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$ where v is the volume of the cube bounded by the co-ordinate planes $x = y = z = a$

$x = y = z = a$ నిరూపక తలాలచే పరిబద్ధమైన ఘనం

యొక్క ఘనపరిమాణం v ను $\iiint (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$

సమాకలనం చేయడం ద్వారా గణించండి.

OR

b) Evaluate $\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 x^2 yz dx dy dz$ ను గణించండి

BSMAT-SN501

a) Prove that curl

$$(A \times B) = A \operatorname{div} B - B \operatorname{div} A + (B \cdot \nabla) A - (A \cdot \nabla) B$$

$$\operatorname{Curl} (A \times B) = A \operatorname{div} B - B \operatorname{div} A + (B \cdot \nabla) A - (A \cdot \nabla) B$$

అని నిరూపించండి.

OR

b) Show that $\nabla^2 r^n = n(n+1)r^{n-2}$ అని చూపండి.

If $\vec{F} = (x^2 + y^2) \vec{i} - 2xy \vec{j}$, then evaluate $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ where the curve 'C' is the rectangle in the xy-plane bounded by $y = 0, y = b, x = 0, x = a$

$\vec{F} = (x^2 + y^2) \vec{i} - 2xy \vec{j}$, 'C' అనేది xy-తలంలో $y = 0, y = b, x = 0, x = a$ రేఖలతో పరిబద్ధమైన దీర్ఘ చతురస్రం

అయితే $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ ను గణించండి.

BSMAT-SN501

b) If $\vec{F} = 4xz \vec{i} - y^2 \vec{j} + yz \vec{k}$, evaluate $\int_S \vec{F} \cdot \hat{N} ds$ where S

is the surface of the cube bounded by $x = 0, x = a; y = 0, y = a; z = 0, z = a$

$\vec{F} = 4xz \vec{i} - y^2 \vec{j} + yz \vec{k}, x = 0, x = a; y = 0, y = a; z = 0, z = a$ ల తో పరిబద్ధమైన ఘనం యొక్క తలం S అయినప్పుడు

$\int_S \vec{F} \cdot \hat{N} ds$ ను గణించండి.

18. a) State and prove Gauss divergence theorem.

గౌస్-అవసరణ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

OR

b) Verify stokes theorem for $\vec{F} = (2x - y) \vec{i} - yz^2 \vec{j} - y^2 z \vec{k}$, where S is the upper half surface $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ and 'C' is its boundary

S అనేది $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ గోళం యొక్క పై సగభాగపు ఉపరితలం 'C' దాని సరిహద్దు రేఖ అయినప్పుడు $\vec{F} = (2x - y) \vec{i} - yz^2 \vec{j} - y^2 z \vec{k}$, నకు స్టోక్స్ సిద్ధాంతాన్ని సరిచూడండి.

XXXXX